Teilchenphysik I

Übung 3: Relativistische Kinematik

1 Anwesenheitsaufgaben

1.1 Relativistischer Myon-Zerfall

Wir betrachten ein Myon, welches durch Wechselwirkung von kosmischer Strahlung mit der Erdatmosphäre in einer Höhe von 10 km entstand. Sein Impuls beträgt 10 GeV und zeigt radial auf die Erdoberfläche.

1. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Myon die Erdoberfläche erreicht bevor es zerfällt.
2. Ändert sich diese Wahrscheinlichkeit, wenn Sie das Myon in seinem Ruhesystem betrachten?

1.2 Mandelstam-Variablen

Betrachten Sie die Streuung $A + B \to C + D$.

- Definieren Sie die Mandelstam-Variablen für diese Streuung.
- Woran erkennt man, daß die Mandelstam-Variablen Lorentz-invariant sind?
- Zeigen Sie, daß $s + t + u = m_A^2 + m_B^2 + m_C^2 + m_D^2$.

Die Mandelstam-Variablen sind für Rechnungen sehr nützlich, da sie automatisch Lorentz-Invarianz garantieren. Im Experiment werden jedoch Impulse und Winkel gemessen.

- Nehmen Sie nun elastische Streuung zweier Teilchen mit gleicher Masse an ($A + B \to A' + B'$). Drücken sie die Mandelstam-Variablen durch den Impuls und den Streuwinkel im Schwerpunktsystem aus.

1.3 Schwellenenergie

1. Teilchen A kollidiert mit Teilchen B im Ruhesystem von Teilchen B. N Teilchen (C_1, ..., C_N) gehen daraus hervor. Berechnen Sie die Schwellenenergie E_A als Funktion der Teilchenmasssen für diese Reaktion. Die Schwellenenergie ist die minimale Energie des Teilchens A, bei der die Reaktion stattfinden kann, d.h. wo keine Energie für kinetische Energie des Endzustandes verbraucht wird.
2. Benutzen Sie das obige Ergebnis um die Schwellenenergieen der folgenden Reaktionen zu berechnen. (Das Strahlteilchen erscheint immer ganz links.)

   (a) $p + p \to p + p + p + \overline{p}$

(b) $p + p \rightarrow p + p + \pi^- + \pi^+$
(c) $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Sigma^0$
(d) $p + p \rightarrow p + \Sigma^+ + K^0$
(e) $e^- + p \rightarrow J/\psi + e^- + p$

2 Hausaufgaben

2.1 PEP-II Kinematik

1999 ging am *Stanford Linear Accelerator Center (SLAC)* in Kalifornien ein neuer e^+e^--Beschleuniger in Betrieb: PEP-II, eine asymmetrische B-Meson-“Fabrik”. PEP-II wird genau bei der Energie betrieben, die nötig ist um ein Paar B^0-Mesonen ($\mathrm{M}_{B^0} = 5.28\,\mathrm{GeV}$) zu erzeugen.

Die Elektron- und Positronstrahlen haben verschiedene Energien. Deshalb spricht man von einem asymmetrischen Beschleuniger. Die Elektronstrahlenergie beträgt 9 GeV. Wie groß ist die Positronstrahlenergie? Vernachlässigen Sie die Elektronmasse und nehmen Sie an, daß beide Strahlen entgegengesetzte Richtung haben. Wählen Sie das Koordinatensystem so, daß der Elektronstrahlstrahl in positive und der Positronstrahl in negative $z-$Richung zeigen. (1 Punkt)

Wie lauten die Vierervektoren der B^0-Mesonen? (1 Punkt)

Berechnen Sie die mittlere Zerfallslänge der B^0-Mesonen wenn das Produkt aus Lebensdauer und Lichtgeschwindigkeit $c\tau_{B^0} = 468\mu\,\mathrm{m}$ ist. (1 Punkt)

2.2 Zerfallskinematik

Das ruhende Teilchen A zerfällt in Teilchen B und C.

(a) Berechnen Sie die Energien der Teilchen B und C als Funktionen der Massen m_A, m_B und m_C. (2 Punkte)

(b) Zeigen Sie, daß sich die Beträge der Impulse p_B und p_C folgendermaßen aus den Massen sich berechnen lassen (2 Punkte):

$$|p_B| = |p_C| = \frac{\sqrt{\lambda(m_A^2, m_B^2, m_C^2)}}{2\,m_A},$$

wobei λ die Dreiecksfunktion ist:

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz.$$

(c) Benutzen Sie dieses Ergebnis um die Energieen folgender Zerfallsprodukte im Schwerpunktssystem zu bestimmen (3 Punkte):

i. $\pi^- \rightarrow \mu^- + \overline{\nu}_\mu$
ii. $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$
iii. $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$
iv. $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$
v. $\Omega^- \rightarrow \Lambda + K^-$
vi. $J/\psi \rightarrow D^0 + \bar{D}^0$