Teilchenphysik I

Übung 6: Streuung und Teilchendetektoren

1 Anwesenheitsaufgaben

1.1 Mott- und Rutherford-Streuung

In der Vorlesung haben Sie das Matrixelement für die Streuung eines
Elektrons an einem Target mit Spin 1/2 kennengelernt. Es lautet:

$$< |\mathcal{M}|^2 >= \frac{8e^4}{(p_1 - p_3)^4}[(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) - (p_1 \cdot p_3)M^2 - (p_2 \cdot p_4)m^2 + 2(mM)^2] \quad (1)$$

Dabei sind p_1, p_3 die Viererimpulse des Elektrons vor bzw. nach dem Stoss und p_3, p_4 sind die entsprechenden für das Target-Teilchen. Mit m und M bezeichnen wir die Elektron und die Target-Teilchenmasse.

er Mittelwert über die Anfangszustands-Spins und die Summe über die Endzustands-Spins ist bereits berechnet worden. Wenn man davon ausgeht, das $M \gg m$ ist, dann kann man den Target-Rückstoß vernachlässigen (Mott Streuung). Das Target ruht im Laborsystem.

1. Schreiben Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ in Abhängigkeit vom Matrixelement auf. (Tip: benutzen Sie den lorentzinvarianten Phasenraum wie er in Übung Nr. 5 eingeführt wurde.)

2. Benutzen Sie das gegebene Matrixelement um den differentiellen Wirkungsquerschnitt als Funktion des einlaufenden Elektronimpulses und des Streuwinkels darzustellen. Erwartet man, dass der Wirkungsquerschnitt von der Target-Teilchenmasse abhängt ?

3. Leiten Sie den nicht-relativistischen Grenzwert für $d\sigma/d\Omega$ her. Welche Gleichung erhalten Sie ?

4. Warum ist der Streuungwinkel $\theta = \pi$ im hoch-relativistischen Grenzfall verboten ?

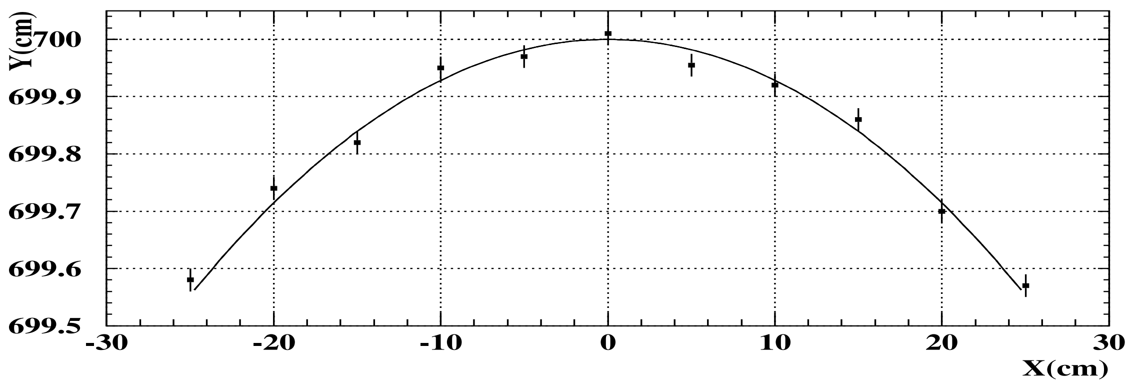
1.2 Entwurf eines Time-of-Flight-Detektors

Die Messung der Flugzeit von geladenen Teilchen liefert die Teilchengeschwindigkeit, die, wenn man auch den Impuls misst, zur Teilchenidentifikation dient. Um die Flugzeit zu messen, wird ein Szintillationszähler in 1m Abstand von der Strahlachse zwischen zentraler Driftkammer und Kalorimeter installiert. In dem Zähler wird Licht erzeugt, das mit Photomultiplierröhren ausgelesen und in einer aufwendigen Elektronik verarbeitet wird. So erreicht man eine Zeitauflösung von 100 ps.

1. Wie gross ist der maximale Impuls, bei dem man Pionen von Kaonen mit einer Signifikanz von 3 Standardabweichungen unterscheiden kann ?
2. Bis zu welchem Impuls können Sie Kaonen von Protonen unterscheiden?
3. Berechnen Sie den Anteil der Pionen bzw. Kaonen, die bei diesen Energien in den beiden oberen Fällen zerfallen, bevor sie den TOF erreichen.

1.3 Impulsmessungen mit Driftkammern

Wir betrachten die Trajektorie eines geladenen Teilchens in einer grossen Driftkammer.Die Trajektorien sind im angelegten Magnetfeld gekrümmt und werden über eine Distanz von L=50cm durch 11 Driftzellen gemessen. Jede Driftzelle liefert einen Messpunkt mit gegebener räumlicher Auflösung. Wir wollen den Impuls aus der Krümmung (Radius R)bestimmen und betrachten den hochenergetischen Fall $R \gg L$.



1. Das Bild zeigt die Bahn in einem Koordinatensystem, wo der Punkt (0,0) der Symmetriepunkt der kreisförmigen Bewegung ist: $R^2 = x^2 + y^2$. Unsere Näherung erlaubt uns, diese Kurve als Polynom zweiter Ordnung darzustellen: $y(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2$. Finden Sie a_2 als Funktion von R. Die Variable $c = -2 \cdot a_2$ werden wir im folgenden die Krümmung nennen.
2. Die Sagitta s ist ebenfalls ein Maß für die Krümmung und der Vergleich mit dem Betrag der Ortsauflösung (hier $\sigma_y = 0.2$ mm) ergibt die Genauigkeit, mit der man die Krümmung und daraus den Impuls bestimmen kann. Das Verhältnis $A_N = \sigma_s^2/\sigma_y^2$ hängt offensichtlich von der Anzahl der äquidistanten Ortsmessungen ab, denn 1) mit weniger als drei Messungen kann keine Sagitta bestimmt werden, und 2) die Bestimmung wird mit mehr Messungen immer besser. Für unsere Zwecke reicht

   ie Angabe $A_N \simeq 0.7$ für $N = 11$. In unserer Näherung gilt außerdem $s = L^2/8R$. Drücken Sie die Ungenauigkeit in der Krümmung σ_c in Abhängigkeit von σ_y, L, und A_N aus. Geben Sie auch die Werte von σ_c und σ_s an.
3. Diese Krümmung erlaubt uns lediglich die Komponente des Impulses senkrecht zum Magnetfeld zu bestimmen, die wir mit P_T bezeichnen.

   enutzen Sie die Formel für die Lorentzkraft (siehe Hausaufgabe Nr 2.1), um die Impulsauflösung σ_{Pt} als Funktion von σ_c anzugeben. Welchen Impuls hat das Teilchen und mit welcher Genauigkeit messen wir diesen Impuls, wenn ein homogenes Magnetfeld von 1 Tesla zur Verfügung steht?

4. Zeigen Sie, dass die relative Impulsauflösung σ_{Pt}/P_t linear mit P_t ansteigt.

1.4 Energiemessung mit Sampling–Kalorimetern

Im Gegensatz zur Driftkammer verbessert sich die relative Energieauflösung eines Sampling–Kalorimeters mit steigender Energie. Die Ursache dafür ist einfach die erhöhte Anzahl von geladenen Teilchen, die in der lawinenartigen Schauerbildung entstehen, und die als Maß für die gesamte absorbierte Energie dienen. Solange die Stichproben der geladenen Multiplizitäten in der longitudinalen Entwicklung des Schauers voneinander statistisch unabhängig sind (was durch Materialauswahl und Geometrie gesichert werden kann), ist die Energieauflösung des Kalorimeters einfach durch die statistische Genauigkeit der Anzahl von Schauerteilchen gegeben: $\sigma_E/E = N^{-1/2}$. Berechnen Sie diese relative Energieauflösung als Funktion der Energie (in GeV), wenn durchschnittlich 50 MeV pro geladenem Schauerteilchen absorbiert wird.

1.5 Vergleich Driftkammer/Kalorimeter

Mit welcher Auflösung wird die Energie des Teilchens in Aufgabe 1.3 mit diesem Kalorimeter gemessen (nehmen Sie den schlimmsten Fall an, wo $E = P_t$, und vernachlässigen Sie die Masse)? Bei welchem Wert von P_t wird die Auflösung der beiden Detektortypen von 1.3 und 1.4 gleichwertig?

2 Hausaufgaben

2.1 Anwendungen der Lorentzkraft (4 Punkte)

Die Messungen der Ablenkung von Kathodenstrahlen in gekreuzten elektrischen und magnetischen Feldern von J.J.Thomson im Jahr 1897 werden heute häufig als die Entdeckung des Elektrons angesehen, weil so gezeigt wurde, dass sich die Strahlen wie Teilchen verhalten, die ein bestimmtes Verhältnis Ladung/Masse haben.

1. Wenn ein geladenes Teilchen durch senkrecht aufeinander stehenden elektrischen und magnetischen Feldern ($\vec{E}$, $\vec{B}$, beide senkrecht zur Flugrichtung) durchfliegt, ohne abgelenkt zu werden, welche Geschwindigkeit hat es? (1 Punkt)

2. Wenn man jetzt das elektrische Feld wegnimmt, und das Teilchen dann eine kreisförmige Bewegung mit Radius R macht, wie kann das Verhältnis Ladung/Masse berechnet werden? (1 Punkt)

3. Im Falle des Elektrons, nehmen Sie die Werte $R = 10$ cm und $|\vec{B}| = 20$ Gauß an, und berechnen Sie die Geschwindigkeit des Elektrons und den benötigten Betrag des E-Feldes $|\vec{E}|$, um die Bedingung von Aufgabe 1 zu erfüllen.(1 Punkt)

4. Leiten Sie die Formel $P = 0.3 \cdot B \cdot R$, mit Einheiten GeV/c, Tesla, und Meter, von der Lorentzkraft ab. (1 Punkt)

2.2 Hochenergetische $e^-\mu^-$ Streuung (6 Punkte)

1. Zeichnen Sie die Feynman-Diagramme für $e^-\mu^-$-Streuung und für den Prozess $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ (nur 1-Photon-Austausch). Ordnen Sie die Viererimpulse zu. (1 Punkt)

2. Das Matrixelement für $e^-\mu^-$-Streuung ist im ultra-relativistischen Grenzfall gegeben durch:

$$< |\mathcal{M}|^2 >= 32\pi^2\alpha^2\frac{s^2+u^2}{t^2}$$

   wobei s, u, und t die Mandelstam-Variablen sind. Berechnen Sie für beide Prozesse die Mandelstam Variablen als Funktionen der 4-Impulse. (1 Punkt)

3. Benutzen Sie nun die Crossing-Symmetry, um das Matrixelement für den Prozess $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ zu berechnen. (1 Punkt)

4. Berechnen Sie mit Fermi's Goldener Regel den differentiellen Wirkungsquerschnitt. Für beide Prozesse ist dieser gegeben durch (1 Punkt):

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{1}{64\,\pi^2\,s}\frac{|\vec{p}_f|}{|\vec{p}_i|} < |\mathcal{M}|^2 > .$$

5. Schreiben Sie den differentiellen ($e^+e^- \to \mu^+\mu^-$)-Wirkungsquerschnitt als Funktion des Produktionwinkels θ des μ^-. (1 Punkt)

6. Berechnen Sie den totalen ($e^+e^- \to \mu^+\mu^-$)-Wirkungsquerschnitt. (1 Punkt)