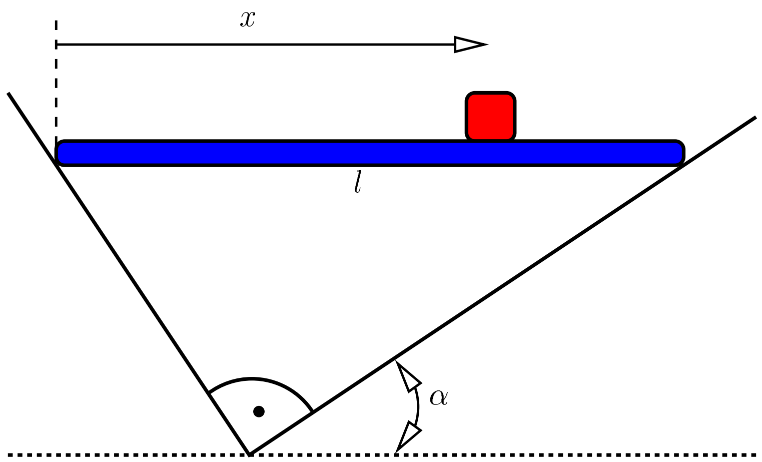
Übungen zur theoretischen Mechanik (Rose/Hoffstätter)

4.11.1997, Übungsblatt Nr. 2

Aufgabe 1) An welche Stelle x muß sich die Punktmasse M auf dem homogen mit Masse belegten Balken (Masse m, Länge l) befinden, damit der Balken zwischen den glatten Wänden in horizontaler Lage liegen bleibt? Jegliche Reibung soll dabei vernachlässigt werden.



Aufgabe 2) Was ist das Gravitationspotential $V(\vec{r})$ einer homogen mit Masse M belebten Kugel des Radiuses R in Kugelkoordinaten ($r \in [0, \infty)$, $\theta \in [0, \pi]$, $\phi \in [0, 2\pi)$). Die Kraft auf eine Punktmasse m in diesem Potential ist $\vec{F} = -m\partial_{\vec{r}} V(\vec{r})$.

Aufgabe 3) Ein Massepunkt fliegt in einem Zentralpotential $V(r)$

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung in Polarkoordinaten auf und bestimmen Sie aus der ϕ–Komponente die Abhängigkeit $\dot{\phi}(r)$.

b) Welche Bedingung müssen Radius R und Kreisfrequenz ω erfüllen, damit der Massepunkt auf einer Kreisbahn fliegt?

c) Unter welchen Bedingungen ist die Kreisbahn stabil? (Bei kleinen Abweichungen Δr soll der Massepunkt wieder auf die Bahn zurück gelenkt werden). Entwickeln Sie hierzu die radiale Kraft bis zur ersten Ordnung in $\Delta r/R$ um den Kreisbahnradius R.

d) Für welche Parameterwerte α in einem Potential der Form $V(r) = \frac{U}{r^\alpha}$ ist die Umlaufbahn stabil?