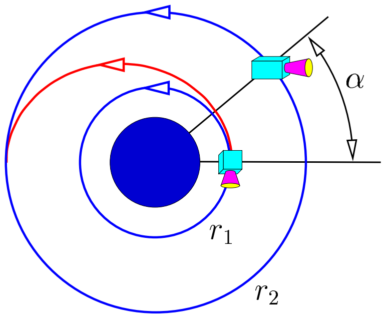
Übungen zur theoretischen Mechanik (Rose/Hoffstätter)
11.11.1997, Übungsblatt Nr. 3

Aufgabe 1) Eine Raumstation umkreist die Erde auf einer Kreisbahn vom Radius r_2. Ein zweites Raumschiff umkreist die Erde auf einer Kreisbahn mit Radius r_1. Beide Bahnen liegen in der selben Ebene. Das Raumschiff bei r_1 soll durch Zünden einer Rakete auf eine Ellipsenbahn eingeschossen werden, die die beiden Kreisbahnen tangiert.

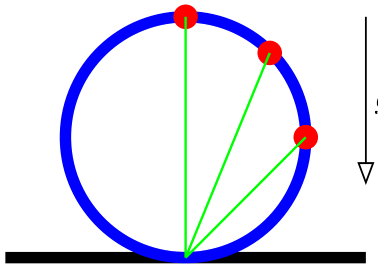


a) Bei welchen Winkel α zwischen den Raumschiffen muß die Bahnänderung erfolgen, damit die beiden Raumschiffe sich auf dem Radius r_2 berühren?

b) Man zeige, daß die Gesamtenergie auf einer Ellipsenbahn im Gravitationsfeld durch $E = -\frac{\gamma m m'}{2a}$ gegeben ist, wobei a die große Halbachse der Ellipse ist.

c) Welche Energie wird zur Kursänderung des Raumschiffes benötigt?

Aufgabe 2) Ein Ring mit Radius R steht in einem homogenen Schwerefeld. Eine Draht ist von einem beliebigen Aufhängepunkt am Ring zum Fußpunkt des Ringes gespannt. Zeigen Sie, daß eine reibungsfrei entlang des Drahtes gleitende Perle in einer Zeit T vom Ring zum Fußpunkt gleitet, die unabhängig vom Aufhängepunkt des Drahtes ist.

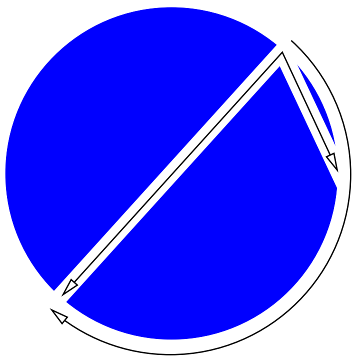


Aufgabe 3)

a) Bestimmen Sie die geschlossenen Bahnen $y(x)$ eines Teilchens der Masse m in einem Zentralpotential $V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$.

b) Zeigen Sie, daß das Gravitationspotential einer Masse m im Innern einer homogenen Kugel diese Form hat.

Es sei ein Tunnel von Darmstadt nach Neuseeland durch den Erdmittelpunkt gegraben. Außerdem werde ein Tunnel von Darmstadt (50. nördlicher Breitengrad) auf dem kürzesten Weg zum Äquator gegraben. Man vergleiche nun die folgenden Reisezeiten:



c)
   i) Durch den Tunnel nach Neuseeland
   ii) Durch den Tunnel zum Äquator
   iii) mit einem Erdnahen Satelliten auf einer Kreisbahn nach Neuseeland.

In welchem Verhältnis stehen diese Reisezeiten zueinander?