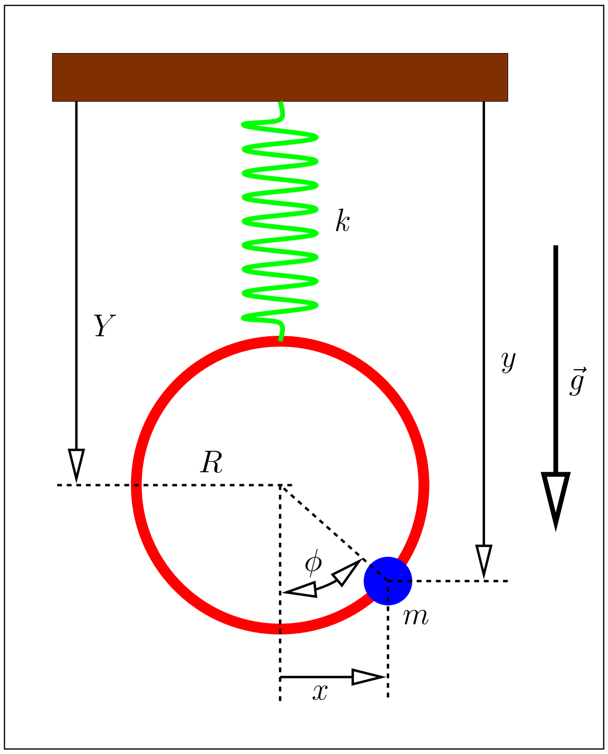
Übungen zur theoretischen Mechanik (Rose/Hoffstätter)

16.12.1997, Übungsblatt Nr. 8

Aufgabe 1) [für Mathematica geeignet] Ein Ring der Masse m hängt an einer Feder mit der Federkonstanten k. Auf dem Ring gleitet reibungsfrei eine Perle gleicher Masse m. Gesucht sind Ruhelage und Bewegungsgleichung für Y und ϕ unter der Voraussetzung, daß die Schale sich nur auf und ab bewegen kann und das Trägheitsmoment der Perle vernachlässigbar ist.

a) Berücksichtigen Sie die Zwangskraft mittels der Lagrangegleichungen erster Art. Dazu Behandelt man die Bewegung des Ringes unter dem Einfluß von vier Kräften: 1. der Schwerkraft, 2. der Federkraft, 3. der Zwangskraft, die die Perle auf dem Ring hält und 4. der Zwangskraft, die den Ring auf eine vertikale Bewegung zwingt. Ähnlich behandle man die Bewegung der Perle unter dem Einfluß der Schwerkraft und der Zwangskraft, die sie auf dem Ring hält.



Der Schwerpunkt des Ringes hat die Koordinaten X, Y und die Perle hat die Koordinaten x, y. Bei $Y = Y_0$ ist die Feder entspannt. Die Zwangsbedingungen sind demnach $g_1(X, Y, x, y) = (x-X)^2+(y-Y)^2-R^2 = 0$ und $g_2(X, Y, x, y) = X = 0$.

b) Benutzen Sie die generalisierte Koordinaten Y und ϕ und finden deren Bewegungsgleichung mittels der Lagrangeschen Gleichungen zweiter Art. Zeigen Sie dann, daß die Bewegungsgleichungen von Teilaufgabe a) und b) identisch sind.