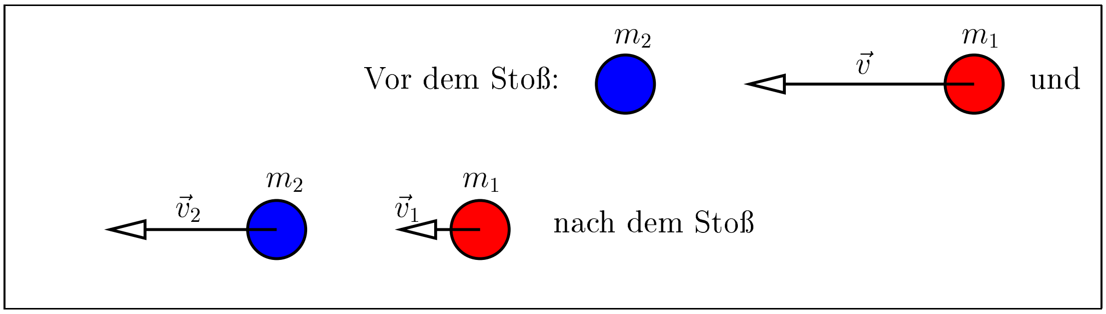
Übungen zur theoretischen Mechanik (Rose/Hoffstätter)

6/7.11.1997, Präsenzübung Nr. 2

Aufgabe 1) Eine Masse m_1 stößt mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ auf eine zweite, zu Anfang ruhende Masse m_2. Dabei sei der Stoßparameter 0, das heißt, daß die Geschwindigkeit $\vec{v}_2$ der zweiten Masse nach dem Stoß parallel zu $\vec{v}$ ist. Wie groß ist die Geschwindigkeitsdifferenz nach dem Stoß, wenn der Stoß elastisch erfolgt. Welcher Anteil der Gesamtenergie muß bei einem inelastischen Stoß vernichtet werden, damit die Geschwindigkeitsdifferenz 0 wird?

a) Rechnen Sie klassisch, mit $\vec{p} = m\vec{v}$ und $E_{kin} = \frac{1}{2}m\vec{v}^2$. Führen Sie die Rechnung sowohl im Laborsystem, als auch im Schwerpunktsystem durch.

b) Rechnen Sie relativistisch mit $\gamma = [1 - (\frac{\vec{v}}{c})^2]^{-\frac{1}{2}}$, $\vec{p} = m\gamma\vec{v}$, $E_{kin} = m\gamma c^2 - mc^2$ und $(\vec{p}c)^2 + (mc^2)^2 = (E_{kin} + mc^2)^2$ für den Fall, daß $m_1 = m_2 = m$. Wenn Sie Massen in der Einheit m und Geschwindigkeiten in der Einheit c messen, dann können Sie in der Rechnung c und m durch 1 ersetzten. Die Impuls und Energieerhaltung lauten dann $p = p_1 + p_2$ und $\gamma + 1 = \gamma_1 + \gamma_2$. Der Impuls ist mit der Energie über $p^2 + 1 = \gamma^2$ verknüpft.



In Teilaufgabe a) ergibt sich mit dem Ansatz

$$p_1 + p_2 = p\ , \quad \frac{p_1^2}{m_1} + \frac{p_2^2}{m_2} = \frac{p^2}{m_1}\ . \tag{1}$$

eine Geschwindigkeitsdifferenz nach dem elastischen Stoß von $\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}$ und eine nötige relative Energiedissipation von $100 * \frac{m_2}{m_1+m_2}\%$, in Teilaufgabe b) ergibt sich die Geschwindigkeitsdifferenz ebenfalls zu $\vec{v}$ und die relative Energiedissipation zu $1 - 2\frac{\gamma_1-1}{\gamma-1}$ mit $\gamma_1 = \sqrt{(p/2)^2 + 1}$.