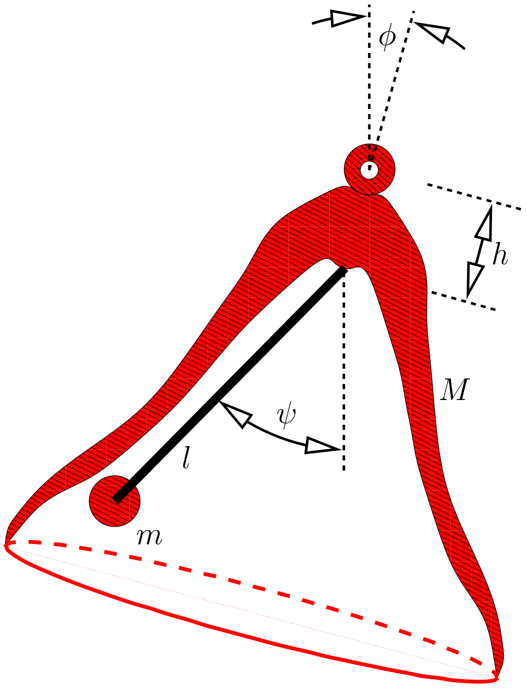
Übungen zur theoretischen Mechanik (Rose/Hoffstätter)

8/9.1.1997, Anleitung für die Betreuung der Präsenzübung Nr. 9

Aufgabe 1) Berechnen Sie die Bewegungsgleichung von Glocke und Klöppel mit Hilfe des Lagrangeschen Formalismus. Zur Vereinfachung sei der Trägheitsradius der Glocke durch R gegeben, so daß sich die kinetische Energie der Glocke alleine zu $\frac{1}{2}MR^2\dot{\phi}^2$ ergibt. Der Glockenschwerpunkt befinde sich im Abstand H unter der Aufhängung, so daß die kinetische Energie der Glocke durch $-MgH\cos\phi$ gegeben ist. Potentielle und kinetische Energie ergeben sich durch die x–y Koordinaten des Klöppels



$$\vec{r}_K = \begin{pmatrix} h\sin\phi + l\sin\psi \\ h\cos\phi + l\cos\psi \end{pmatrix} .$$

Linearisieren Sie dann diese Bewegungsgleichungen durch den Ansatz $\phi \ll 1$, $\dot{\phi} \ll 1$, $\psi \ll 1$, $\dot{\psi} \ll 1$ um

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}(MR^2 + mh^2) + \ddot{\psi}mlh + \phi(MH + mh)g &= 0 , \\ \ddot{\phi}mlh + ml^2\ddot{\psi} + mlg\psi &= 0 \end{aligned}$$

zu erhalten. Mit der Näherung $mh \ll MH$ und $mh^2 \ll MR^2$ vereinfacht sich die Bewegungsgleichung zu einer freien Schwingung $\phi(t) = A\sin\omega t$ mit der Frequenz $\omega^2 = \frac{Hg}{R^2}$ und einer angeregten Schwingung

$$l\ddot{\psi} + g\psi = h\omega^2 A\sin\omega t .$$

Wie lang muß der Klöppel sein, damit die Glocke dadurch effektiv klingen kann, daß möglichst schnell Energie in die Klöppelbewegung gelangt, sobald die Glocke beginnt zu schwingen?