Übungen zur theoretischen Elektrodynamik (Rose/Hoffstätter)

7.5.1998, Semestralklausur

Name, Vorname: ________________________________

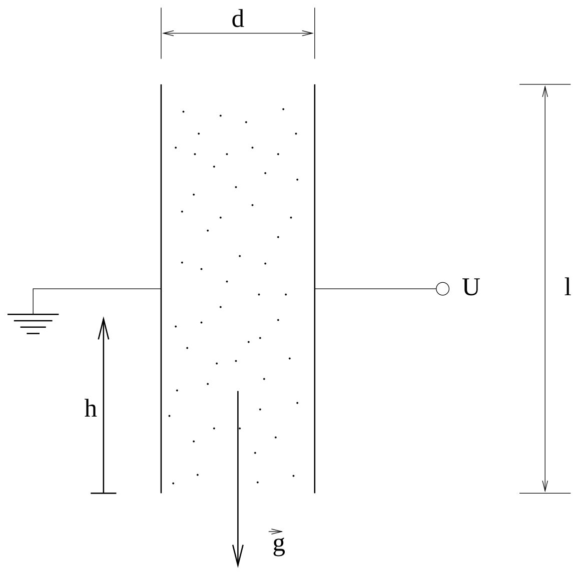
Übungsgruppenleiter kennzeichnen: Dirk Bosse, Christoph Weisbäcker,
Frank Mette, Hauke Busch.

Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Aufgabe 5	Note

Auf jedem Blatt muß folgendes stehen:

- Oben rechts: Name, Vorname
- Oben links: Nummer der Aufgabe, zu der dieses Blatt gehört. Jedes Blatt darf nur zu einer Aufgabe gehören.

Aufgabe 1) Ein quadratischer Plattenkondensator mit der Länge l und dem Plattenabstand d ($d \ll l$) steht senkrecht im Schwerefeld der Erde. Er ist an die Gleichspannung U angeschlossen. In seinem Innern befindet sich ein schweres dielektrisches Gas, dessen Dichte der barometrischen Höhenformel genügt. Die Dielektrizitätskonstante hat somit die Form $\epsilon = \tilde{\epsilon} \exp(-\alpha h)$.



Gesucht wird die Kapazität des so gefüllten Kondensators und die Oberflächenladungsdichte σ auf den Kondensatorplatten unter der Annahme, daß das elektrische Feld keinen Einfluß auf die Dichteverteilung des Gases hat.

Aufgabe 2) Ein Elektron befindet sich in einem konstanten magnetischen Feld

$$\vec{E} = E\vec{e_x} \quad , \quad \vec{B} = B\vec{e_z}$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ startet es am Ort $x_0 = y_0 = 0$ mit der Geschwindigkeit $v_0 = 0$.

a) Man stelle die nichtrelativistische Bewegungsgleichung auf und bestimme $x(t)$ und $y(t)$.

b) Man bestimme $|\vec{v}(t)|$. Welcher Bedingung muß B genügen, damit für $E = 1\frac{kV}{mm}$ die nichtrelativistische Näherung noch gilt?

Aufgabe 3) Durch $z = \chi^2$, $z = x + iy$, $\chi = \varphi + i\psi$ wird ein ebenes Potentialproblem beschrieben.

a) Man gebe die Gleichung für die Potentialflächen $\varphi = const$ an. Welche Form haben diese Flächen? Man skizziere die Fläche $\varphi = 1$.

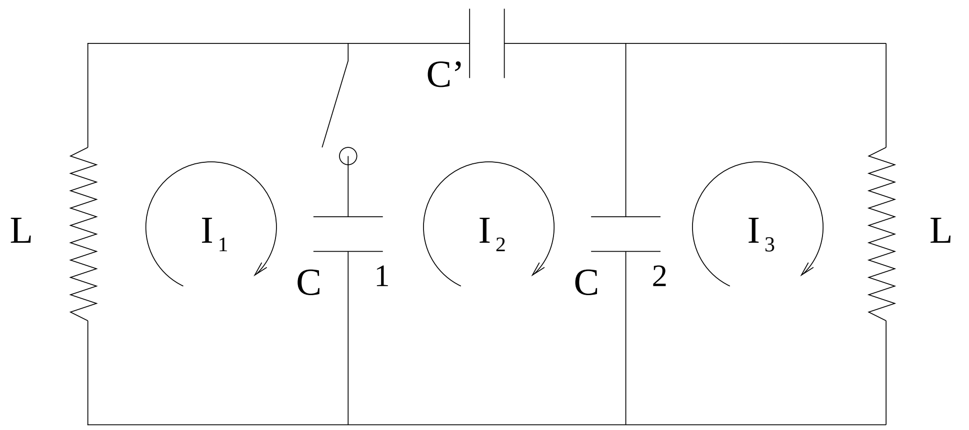
b) Wie stehen die elektrischen Feldlinien auf den Flächen konstanten Potentials?

c) Gegeben sei ein Potential $\varphi(\vec{r})$ und eine komplexe Erweiterung $\chi(x, y) = \varphi(\vec{r}) + i\psi(\vec{r})$ derart, daß χ nur von $z = x + iy$ und nicht von $\bar{z} = x - iy$ abhängt. Man zeige, daß dann das elektrische Feld in komplexer Schreibweise $E = E_x + iE_y$ allgemein gegeben ist durch

$$\bar{E} = -\frac{\partial \chi}{\partial z} \quad , \quad (\bar{E} = E_x - iE_y).$$

d) Unter Verwendung der Aussage von c) bestimme man die Oberflächenladung auf dem leitenden Körper, dessen Oberfläche der Fläche $\varphi = 1$ für $\chi = \sqrt{z}$ entspricht, in Abhängigkeit von x.

Aufgabe 4)



Mit dem Ansatz $I_\nu = Re\{\hat{I}_\nu \exp(-i\omega t)\}$, $\nu = 1, 2, 3$ für alle Ströme läßt sich der oben gezeichnete Schaltkreis bei geschlossenem Schalter mit der Methode der komplexen Widerstände berechnen. Dieser Ansatz ist allerdings nur für zwei bestimmte Frequenzen ω_a und ω_b möglich.

a) Man bestimme mit Hilfe der Maschengleichungen diese beiden Frequenzen. Wie lautet in den beiden Fällen der Zusammenhang zwischen I_1 und I_3 ?

b) Welche Linearkombination der beiden Lösungen für die Frequenzen ω_a und ω_b aus a) erfüllt die zugehörigen Anfangsbedingungen

$$I_1(0) = I_3(0) = 0 \ , \quad \dot{I}_1(0) = \dot{I}_0 \ , \quad \dot{I}_3(0) = 0 \ .$$

Aufgabe 5)

a) Man berechne das Dipolmoment der Ladungsverteilung

$$\varrho = Aze^{-\frac{r}{a}} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

b) Wie groß ist die Gesamtladung?

c) Die Ladung oszilliert gemäß $A = A_0 \sin \omega t$. Welche Leistung $\bar{P}$ wird im zeitlichen Mittel durch Dipolstrahlung abgestrahlt?